

共轭虚拟阵列波束形成方法

倪淑燕¹,程乃平¹,倪正中²

(1. 装备指挥技术学院,北京 101416;2. 遥感信息研究所,北京 100192)

摘要: 根据 MASK、BPSK 和 AM 等非圆信号的实值特性,利用实际阵列接收信号的共轭将阵列向外扩展,提出一种适用于均匀线阵的共轭虚拟阵列波束形成方法,并对其自适应波束性能进行了分析和改进,在此基础上提出一种快速实现方法.该虚拟阵列的构造方式能同时保留时间信息和方位信息,用于自适应波束形成中,可以改善波束图形状,提高阵列增益,对抗超自由度干扰.计算机仿真验证了该虚拟阵列波束形成方法的优越性.

关键词: 阵列信号处理;波束形成;虚拟阵列;非圆信号

中图分类号: TN911.7 **文献标识码:** A **文章编号:** 0372-2112 (2011) 09-2120-05

Conjugate Virtual Array Beamforming Method

NI Shu-yan¹, CHENG Nai-ping¹, NI Zheng-zhong²

(1. Academy of Equipment Command and Technology, Beijing 101416, China;

2. Remote sensing Information Research Institute, Beijing 100192, China)

Abstract: Based on real-valued property of the non-circular sources, a new virtual array beamforming method for the uniform linear array was proposed by extending the original array utilizing the conjugate data of the real array. By analyzing the performance of the method in adaptive beamforming, some improvements were made and a computation saving method was proposed. Preserving both the time and the direction information, the virtual array is very applicable for adaptive beamforming. It provides much better performance than the original array, such as better beam pattern, higher array gain and the abilities to restrain interferes more than the freedom degrees. Several computer simulations were provided for illustrating the advantages of the proposed method.

Key words: array signal processing; beamforming; virtual array; non-circular signal

1 引言

传统阵列信号处理中要实现微弱目标的检测,需要扩大阵列孔径.而由于实际因素限制,基阵尺寸不可能做的很大.因此,如何在保持增益、束宽等指标的前提下,减小阵元数目,成为阵列发展趋势之一,虚拟阵列就是在这种情况下产生的.总结虚拟阵列的类型,主要分为三大类:(1)利用扇区内插法将任意形式阵列转换成虚拟等距线阵^[1],也有文献将其用于等距线阵的阵元扩展^[2],但并不能增大阵列孔径,只在原阵列存在方位模糊时,可以减小间距克服方位模糊;(2)针对波达方向(DOA)估计提出的虚拟阵列扩展方法,如高阶累积量法^[3]、共轭 ESPRIT 法^[4]等,其中后者是针对非圆信号提出的.(3)虚拟阵元波束形成方法,这方面的文献相对较少,主要有相移法^[5]、延时求和法、线性预测法^[6]等.延时求和法的延时量利用期望信号入射方向计算,干扰信号等效的导向矢量会产生错误,不适用于自适应波束形成;线性预测法必须已知干扰信号的方向;相移法虽然

可以保留所有信号的方位信息,但却丢失了时间信息,不能为后续处理提供数据.

非圆信号如 MASK、BPSK 和 AM 等,广泛存在于现代通信系统中.根据这些调制信号的实值特性,Nizar 等人利用阵列接收数据及其共轭信息,构造重叠子阵,提出了共轭 ESPRIT 算法^[4];刘志刚等人也研究了这种虚拟子阵构造方法,并提出了基于小样本的虚拟空间平滑算法^[7].上述算法都没有考虑信道附加相位,在实际中是不可行的^[8].Kaushik 等人提出了一种 ESPRIT 类的实值频率估计算法^[9],通过定义两个序列并将其相加来获得实值导向矩阵,并且考虑了附加相位;郑春弟等人将这种算法借用到非圆信号 DOA 估计中,给出了一种 ESPRIT 类的实值 DOA 估计算法^[10];徐友根等人也考虑了信道附加相位,对虚拟空间平滑算法进行了修正,还在估计 DOA 的同时估计出了信道附加相位^[11].

以上方法只研究了非圆信号的阵列扩展在 DOA 估计方面的应用.本文利用非圆信号的阵列扩展原理,研究了利用信号共轭构造虚拟阵列的自适应波束形成技

术,对其性能进行了分析和改进,在此基础上推导了一种快速实现方法.

2 虚拟阵列构建

非圆信号在理想情况下解调以后的信号为实信号,但实际上由于传输信道对信号的影响,经过解调之后的信号模型有一个附加的初始相位,即:

$$s(t) = s_r(t) e^{j\varphi} \quad (1)$$

式中 $s_r(t)$ 表示实信号, φ 为信道附加的初始相位.

对于间距 $d = \lambda/2$ 的 M 元等距线阵,首先考虑单个信号入射的情况,将第一个阵元向左 d 处设为参考点,设非圆信号的入射方向为 θ ,暂不考虑噪声和干扰,则第 m 个阵元上接收到的信号可以表示为:

$$x_m(t) = s(t) a_m(\theta) = s_r(t) e^{j\varphi} a_m(\theta) \quad (2)$$

式中 $a_m(\theta) = e^{-j\pi m \sin\theta}$. 取第 m 个阵元接收信号的共轭作为虚拟的第 $-m$ 号阵元的接收信号,即令:

$$x_{-m}(t) = x_m^*(t) = s_r(t) a_m^*(\theta) e^{-j\varphi} \quad (3)$$

保留原阵列的 $1 \sim M$ 号阵元,与虚拟的 $-M \sim -1$ 号阵元一起构成 $2M$ 元的虚拟阵列,则其接收信号为:

$$\begin{aligned} \bar{\mathbf{x}}(t) &= [x_{-M}(t), \dots, x_{-1}(t), x_1(t), \dots, x_M(t)]^T \\ &= \begin{bmatrix} \mathbf{J}_M \mathbf{x}^*(t) \\ \mathbf{x}(t) \end{bmatrix} \\ &= \mathbf{b}(\theta, \varphi) s_r(t) \end{aligned} \quad (4)$$

式中 $\mathbf{x}(t) = [x_1(t), \dots, x_M(t)]^T$ 为基阵接收信号, \mathbf{J} 为次对角线元素为 1 其余为 0 的反对称矩阵,下标为其维数. 用 $\mathbf{a}(\theta) = [a_1(\theta), \dots, a_M(\theta)]^T$ 表示基阵流形矢量. 则

$$\mathbf{b}(\theta, \varphi) = \begin{bmatrix} \mathbf{J}_M \mathbf{a}^*(\theta) e^{-j\varphi} \\ \mathbf{a}(\theta) e^{j\varphi} \end{bmatrix} \quad (5)$$

为虚拟阵列流形矢量,可见虚拟阵列是一个 $2M$ 元二维阵列,附加相位等效成了波达方向的一个参数.

下面考虑一个期望信号和 P 个干扰信号入射时,将噪声也考虑在内,则基阵接收信号为:

$$\mathbf{x}(t) = \mathbf{A} \Psi s_r(t) + \mathbf{n}(t) \quad (6)$$

式中 $\mathbf{A} = [\mathbf{a}(\theta_0), \dots, \mathbf{a}(\theta_p)]$, $\Psi = \text{diag}[e^{j\varphi_0}, \dots, e^{j\varphi_p}]$, $s_r(t) = [s_{0,r}(t), \dots, s_{p,r}(t)]^T$, $s_{p,r}(t)$, φ_p , θ_p ($p = 0, 1, \dots, P$) 分别表示阵列接收的第 p 个实信号和其初始相位、入射方向, $p = 0$ 对应期望信号. 则虚拟阵列接收信号为:

$$\begin{aligned} \bar{\mathbf{x}}(t) &= \begin{bmatrix} \mathbf{J}_M \mathbf{A}^* \Psi^* \\ \mathbf{A} \Psi \end{bmatrix} s_r(t) + \begin{bmatrix} \mathbf{J}_M \mathbf{n}^*(t) \\ \mathbf{n}(t) \end{bmatrix} \\ &= \mathbf{B} s_r(t) + \bar{\mathbf{n}}(t) \end{aligned} \quad (7)$$

式中 \mathbf{B} 为虚拟阵列流型矩阵,而 $\bar{\mathbf{n}}(t)$ 为其接收噪声.

将虚拟阵列的加权向量表示为 $\bar{\mathbf{w}}$, 则其波束形成的输出信号为 $\bar{\mathbf{y}}(t) = \bar{\mathbf{w}}^H \bar{\mathbf{x}}(t)$. 在进行基于 DOA 的波束

形成时,需要已知期望信号的 DOA,而对于虚拟阵列来说初始相位等效成了 DOA 的一个参数,因此需要已知期望信号的入射方向和初始相位. 徐友根等人提出的修正虚拟空间平滑算法中有对初始相位的估计方法^[11],这里不再赘述. 采用 MVDR 加权方式,虚拟阵列的自适应权为:

$$\bar{\mathbf{w}}_{\text{MVDR}} = \frac{\mathbf{R}_x^{-1} \mathbf{b}(\theta_0, \varphi_0)}{\mathbf{b}^H(\theta_0, \varphi_0) \mathbf{R}_x^{-1} \mathbf{b}(\theta_0, \varphi_0)} \quad (8)$$

由特征空间理论可知,当 $P < M$ 时,干扰数小于自由度,可以抑制全部干扰;但当 $P \geq M$ 时,干扰数超过阵列自由度,系统不能抑制所有干扰. 而虚拟阵列相当于增加了原阵列的自由度,因此可以克服超自由度的干扰.

3 相关分析

3.1 协方差矩阵

在高斯白噪声背景下,设基阵接收的期望信号功率为 σ_0^2 , 第 p 个干扰信号的功率为 σ_p^2 , 噪声功率为 σ_n^2 , 信号之间互不相关,信号和噪声互不相关,则虚拟阵列接收信号的协方差矩阵为:

$$\mathbf{R}_x = E[\bar{\mathbf{x}}(t) \bar{\mathbf{x}}^H(t)] = \mathbf{B} \mathbf{R}_s \mathbf{B}^H + \mathbf{R}_n \quad (9)$$

式中 $\mathbf{R}_s = \text{diag}[\sigma_0^2, \sigma_1^2, \dots, \sigma_p^2]$, 而

$$\begin{aligned} \mathbf{R}_n &= E[\bar{\mathbf{n}}(t) \bar{\mathbf{n}}^H(t)] \\ &= \begin{bmatrix} E[\mathbf{J}_M \mathbf{n}^*(t) \mathbf{n}^T(t) \mathbf{J}_M] & E[\mathbf{J}_M \mathbf{n}^*(t) \mathbf{n}^H(t)] \\ E[\mathbf{n}(t) \mathbf{n}^T(t) \mathbf{J}_M] & E[\mathbf{n}(t) \mathbf{n}^H(t)] \end{bmatrix} \\ &= \sigma_n^2 \begin{bmatrix} \mathbf{I}_M & \mathbf{J}_M \\ \mathbf{J}_M & \mathbf{I}_M \end{bmatrix} = \sigma_n^2 (\mathbf{I}_N + \mathbf{J}_N) = \sigma_n^2 \boldsymbol{\rho}_n \end{aligned} \quad (10)$$

式中 \mathbf{I} 表示单位矩阵,下标为其维数, $\boldsymbol{\rho}_n = \mathbf{I}_N + \mathbf{J}_N$ 为虚拟阵列的归一化噪声协方差矩阵. 可见扩展阵列的同时引入了相关噪声,而噪声间的相关性引起了 \mathbf{R}_n 的秩亏损,即:

$$\text{rank}(\mathbf{R}_n) = M < 2M \quad (11)$$

又由于 $\text{rank}(\mathbf{B} \mathbf{R}_s \mathbf{B}^H) = P + 1$, 可得:

$$\text{rank}(\mathbf{R}_x) \leq M + P + 1 \quad (12)$$

可见在 $P + 1 < M$ 时 \mathbf{R}_x 不可逆,这样就无法求解自适应权. 为克服这种情况,对 \mathbf{R}_x 加载一个极小的量,令:

$$\mathbf{R}_d = \mathbf{R}_x + \eta \mathbf{I}_N, \quad |\eta| < 1 \quad (13)$$

用 \mathbf{R}_d 代替 \mathbf{R}_x 代入到式(8)中,即可得到虚拟阵列的自适应权. 对角加载作为提高稳健性的方法已经广泛应用于自适应波束形成中,而我们利用对角加载将不可逆矩阵转换成了可逆矩阵. 保证矩阵可逆只需加载一个极小的量,而要考虑到稳健性,加载量还需要根据快拍数、导向矢量误差等选择.

3.2 阵列增益

虚拟阵列的输出信干噪比(SINR)为:

$$\text{SINR}_{out} = \frac{\bar{\mathbf{w}}^H \mathbf{R}_0 \bar{\mathbf{w}}}{\bar{\mathbf{w}}^H \mathbf{R}_i \bar{\mathbf{w}} + \bar{\mathbf{w}}^H \mathbf{R}_n \bar{\mathbf{w}}} \quad (14)$$

式中 $\mathbf{R}_0 = \sigma_0^2 \mathbf{b}(\theta_0, \varphi_0) \mathbf{b}^H(\theta_0, \varphi_0)$, $\mathbf{R}_i = \sum_{p=1}^P \sigma_p^2 \mathbf{b}(\theta_p, \varphi_p) \mathbf{b}^H(\theta_p, \varphi_p)$, 而 $\mathbf{R}_n = \sigma_n^2 (\mathbf{I}_N + \mathbf{J}_N)$, 因此可得虚拟阵列增益为:

$$\bar{G} = \frac{|\bar{\mathbf{w}}^H \mathbf{b}(\theta_0, \varphi_0)|^2}{\bar{\mathbf{w}}^H (\mathbf{R}_i / \sigma_n^2 + \mathbf{I}_N + \mathbf{J}_N) \bar{\mathbf{w}}} \quad (15)$$

从式(15)可以看出, 虚拟阵列的输出噪声功率有两部分组成, 一部分为白噪声的输出功率, 另一部分是由于噪声的相关性引入的附加项 $\bar{\mathbf{w}}^H \mathbf{J}_N \bar{\mathbf{w}}$. 用 \bar{w}_m 表示编号为 m 的阵元的权值, 则有:

$$\bar{\mathbf{w}}^H \mathbf{J}_N \bar{\mathbf{w}} = \sum_{m=-M}^M \bar{w}_m^2 \leq \sum_{m=-M}^M |\bar{w}_m|^2 = \bar{\mathbf{w}}^H \mathbf{I}_N \bar{\mathbf{w}} \quad (16)$$

由上式可以推出:

$$\bar{G} \geq \frac{1}{2} \frac{|\bar{\mathbf{w}}^H \mathbf{b}(\theta_0, \varphi_0)|^2}{\bar{\mathbf{w}}^H (\mathbf{R}_i / \sigma_n^2 + \mathbf{I}_N) \bar{\mathbf{w}}} = \frac{1}{2} \bar{G}_{iw} \quad (17)$$

式中 \bar{G}_{iw} 表示虚拟阵列接收噪声为白噪声时的阵列增益, 采用 MVDR 加权方式, 由于波束能在干扰方向形成较深的零陷, 因此干扰的输出功率很小, 用 \bar{G}_w 表示没有干扰时的白噪声功率, 则有:

$$\bar{G}_{iw} \approx \bar{G}_w = 2M \quad (18)$$

而在接收噪声为白噪声时, 基阵增益满足:

$$G = G_{iw} \approx G_w = M \quad (19)$$

式中 G_{iw} 、 G_w 分别表示基阵存在干扰和不存在干扰时的白噪声增益. 因此可以得出:

$$\bar{G} \geq G \quad (20)$$

式(19)中的“ \approx ”是在假设输出干扰功率很低的情况下得出的, 在干扰数超过自由度时, 基阵不能有效地在所有干扰方向形成零陷, 输出干扰功率就不可忽略, 这时 $G < G_w$, 则一定有 $\bar{G} > G$. 可以看出, 虚拟阵列的阵增益要优于基阵. 实际上由于 $\bar{\mathbf{w}}^H \mathbf{J}_N \bar{\mathbf{w}}$ 的正负取决于权矢量, 而权矢量又与期望信号的 DOA 有关, 因此虚拟阵列增益随期望信号入射方向和初始相位的变化而变化.

4 快速实现方法

由于 $\bar{\mathbf{x}}(t)$ 满足 $\bar{\mathbf{x}}(t) = \mathbf{J}_N \bar{\mathbf{x}}^*(t)$, 可见 $\bar{\mathbf{x}}(t)$ 为共轭对称矢量, 令:

$$\bar{\mathbf{x}}_Q(t) = \mathbf{Q}^H \bar{\mathbf{x}}(t) \quad (21)$$

其中 $\mathbf{Q} = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{bmatrix} \mathbf{I}_M & \mathbf{j}\mathbf{I}_M \\ \mathbf{J}_M & -\mathbf{j}\mathbf{J}_M \end{bmatrix}$ 为酉变换矩阵, 左乘 \mathbf{Q}^H 可以将共轭对称矢量变为实矢量, 因此 $\bar{\mathbf{x}}_Q(t)$ 为实数向量, 其对应的协方差矩阵为:

$$\mathbf{R}_Q = \text{E}[\bar{\mathbf{x}}_Q(t) \bar{\mathbf{x}}_Q^H(t)] = \mathbf{Q}^H \mathbf{R}_x \mathbf{Q} \quad (22)$$

因此有

$$\mathbf{R}_x = \mathbf{Q} \mathbf{R}_Q \mathbf{Q}^H \quad (23)$$

可见, 只需估计出实数向量 $\bar{\mathbf{x}}_Q(t)$ 的协方差矩阵 \mathbf{R}_Q , 就可以得到 \mathbf{R}_x . 而在后续自适应权求解中, 对于加载后的协方差矩阵 \mathbf{R}_d 有:

$$\mathbf{R}_d = \mathbf{Q} \mathbf{R}_Q \mathbf{Q}^H + \eta \mathbf{I}_N = \mathbf{Q} (\mathbf{R}_Q + \eta \mathbf{I}_N) \mathbf{Q}^H \quad (24)$$

对 \mathbf{R}_d 求逆有:

$$\mathbf{R}_d^{-1} = \mathbf{Q} (\mathbf{R}_Q + \eta \mathbf{I}_N)^{-1} \mathbf{Q}^H \quad (25)$$

这样就将对复数矩阵 \mathbf{R}_d 的求逆问题转换成了对实数矩阵 $\mathbf{R}_Q + \eta \mathbf{I}_N$ 的求逆问题. 实际上自适应波束形成的主要计算量集中在协方差构造和矩阵求逆上, 将这两者转换为实数计算的计算量都减少了 75%, 则总的计算量也减少了约 75%.

5 计算机仿真

考虑间距为半波长的 6 阵元等距线阵, 一个期望信号和若干个干扰信号入射到阵列上, 信噪比 (SNR) 为 0dB, 干扰噪声比都为 30dB, 信号之间互不相关, 噪声为高斯白噪声. 采用自适应 MVDR 加权方法, 快拍数 K 分别取无穷大和 200.

仿真 1 干扰数小于自由度时的波束性能

设期望信号入射方向为 0° , 初始相位为 0° , 有 2 个干扰信号入射, 方向分别 40° 、 -30° , 初始相位分别为 0° 、 -20° . 由于虚拟阵列将初始相位等效成了 DOA 的一个参数, 其方向函数中有 θ 、 φ 两个变量, 因此波束图为三维的. 我们截取三维波束图中不同初始相位对应的平面进行分析. 图 1 为不同平面对应的方位域波束图, 从图中可以看出, 虚拟阵列在 $\varphi = \varphi_0$ 的平面将主瓣指向了期望信号方向, 但在 $\varphi \neq \varphi_0$ 的平面主瓣发生了偏移, 这是由于虚拟阵列的波束图形状不仅取决于方位, 还受初始相位影响, 但由于期望信号的初始相位为 φ_0 , 因此在 $\varphi \neq \varphi_0$ 平面的主瓣偏移并不影响对期望信号的正常接收. 这对于干扰信号同样适用, 虽然虚拟阵列波束不能在所有初始相位平面都在干扰方向形成零陷, 但在 φ 为 0° 的平面在初始相位为 0° 的干扰方向 40° 处形成了零陷, 而在 φ 为 -20° 的平面在初始相位为 -20°

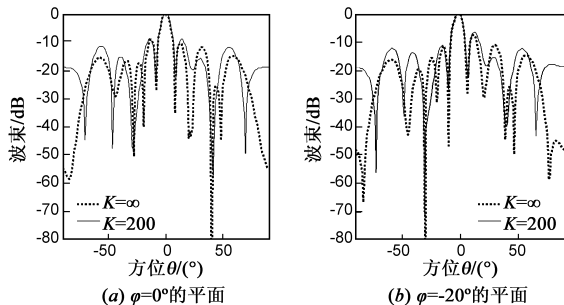


图 1 2 个干扰时虚拟阵列方位域波束图

的干扰方向 -30° 处形成了零陷,这样就有效抑制了 2 个干扰信号.有限快拍时波束的旁瓣水平和干扰处的零陷水平会比理论值要高些,但只要快拍数不是很少,也可以有效抑制干扰信号,这同基阵的性能相似.比较图 1 中虚拟阵列的波束和图 2 中基阵的波束也可以看出,两者在干扰方向的零陷水平基本一致,但虚拟阵列的主瓣宽度要窄,指向性更好.

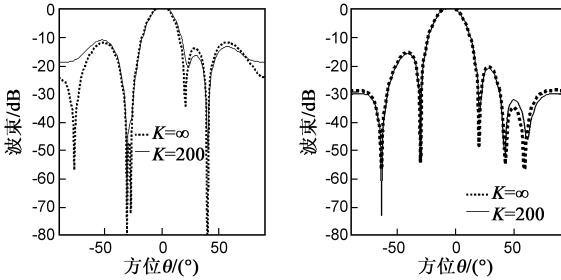


图2 2个干扰数时基阵波束图 图3 6个干扰数时基阵波束图

仿真 2 干扰数大于自由度时的波束性能

设有 6 个干扰信号入射,入射方向分别 40° 、 -30° 、 20° 、 50° 、 -70° 、 -60° ,对应的初始相位分别为 0° 、 -20° 、 40° 、 10° 、 40° 、 10° ,其它条件同仿真 1.原理上当干扰个数超过系统自由度时,自适应抗干扰系统不能正常工作,仿真也很好的证明了这一点,图 3 中的基阵波束不能在每个干扰方向形成零点.而图 4 截取的虚拟阵列在不同初始相位平面的方位域波束图中,在 $\varphi = 0^\circ$ 的平面将主瓣指向了期望信号,同时在初始相位也为 0° 的干扰信号方向 40° 处形成了零陷, $\varphi = -20^\circ$ 的平面在 -30° 的干扰方向形成了零陷, $\varphi = 40^\circ$ 的平面在 20° 和 -70° 的干扰方向形成了零陷, $\varphi = 10^\circ$ 的平面在 50° 和 -60° 的干扰方

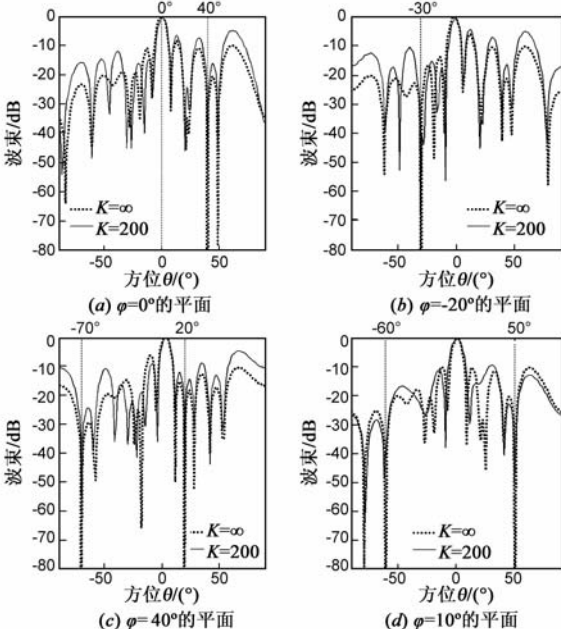


图4 6个干扰时虚拟阵列方位域波束图

向形成了零陷,可见虚拟阵列抑制了全部干扰信号.在快拍数取无穷时,虚拟阵列在所有干扰处的零陷很深,而在 $K = 200$ 时,自适应零陷会浅些,但与基阵相比,抗干扰能力已经大大提高.

仿真 3 虚拟阵列的输出性能

设期望信号入射方向为 0° ,初始相位为 0° ,分别对 2 个干扰(初始相位和入射方向同仿真 1)和 6 个干扰(初始相位和入射方向同仿真 2)时虚拟阵列的输出性能进行仿真,并与 6 元基阵进行比较.相关噪声的引入使得虚拟阵列的输出 SINR 不仅与输入 SNR 和阵列形状有关,还与信号的入射方向和初始相位有关.图 5 和图 6 分别画出了虚拟阵列的输出 SINR 与期望信号入射方向和初始相位的关系曲线.从图中可以看出,在干扰数小于自由度时,除几个特定初始相位和入射方向时(如 $\theta_0 = 0^\circ$ 且 $\varphi_0 = 0^\circ$ 时)虚拟阵列对阵列增益的改善不明显外,其它情况下其阵增益都高于 6 元基阵;而在干扰数大于自由度时,由于基阵的阵列增益损失比较大,无论期望信号的初始相位和入射方向如何,虚拟阵列的输出性能都大大优于原阵列,这同 3.2 节中的理论分析是一致的.

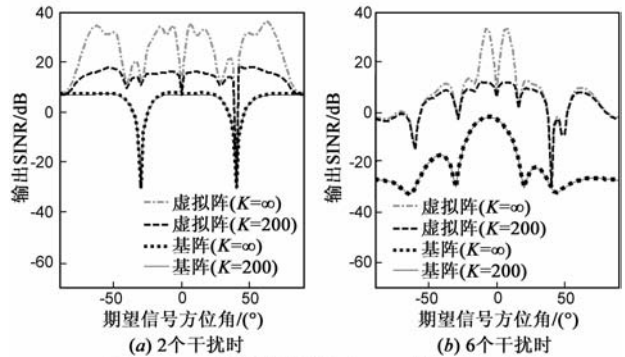


图5 $\varphi_0 = 0^\circ$ 时虚拟阵列输出 SINR 随 θ_0 变化曲线

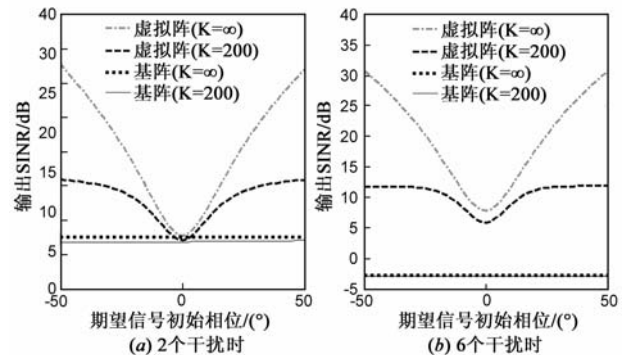


图6 $\theta_0 = 0^\circ$ 时虚拟阵列输出 SINR 随 φ_0 变化曲线

6 结论

文章针对 MASK、BPSK 和 AM 等非圆信号,提出一种利用信号共轭扩展阵列孔径的虚拟阵列波束形成方法,同目前用于波束形成的虚拟阵列构造方法相比,该

方法简单容易实现,可以同时保留信号的方位信息和时间信息.从理论分析和仿真实验中都可以看出,构造的虚拟阵列进行自适应波束形成时,比原阵列具有更好的波束形状和更高的阵列增益,并且由于等效的自由度增大,可以对抗超自由度的干扰.

参考文献

- [1] B Markus, P Marius, F B Johann. Virtual array design for array interpolation using differential geometry [A]. ICASSP'04 [C]. Stuttgart: IEEE, 2004. 229 - 232.
- [2] B W Su, Y L Wang, L Z Zhou. Robust adaptive beamforming via virtual array transformation [A]. AP-S International Symposium on Antennas and Propagation [C]. Washington DC: IEEE, 2005. 331 - 334.
- [3] 陈建, 王树勋. 基于四阶累积量虚拟阵列扩展的 DOA 估计 [J]. 电子与信息学报, 2007, 29(5): 1041 - 1044.
Chen Jian, Wang Shuxun. DOA estimation of virtual array extension based on fourth-order cumulant [J]. Journal of Electronics & Information Technology, 2007, 29(5): 1041 - 1044. (in Chinese)
- [4] Nizar Tayem, Hyuck M. Kwon. Conjugate ESPRIT [J]. IEEE Trans. on Antennas and Propagation, 2004, 52(10): 2618 - 2624.
- [5] 赵月白. 线阵列虚拟阵元波束形成 [D]. 哈尔滨: 哈尔滨工程大学, 2004. 28 - 46.
Zhao Yuebai. Virtual Array Method of Linear Array Beamforming [D]. Harbin: Harbin Engineering University, 2004. 28 - 46. (in Chinese)
- [6] 胡鹏. 虚拟阵元波束形成方法研究 [D]. 西安: 西北工业大学, 2006. 30 - 61.
Hu Peng. Study on Beamforming Algorithm of Array with Virtual Elements [D]. Xi'an: Northwestern Polytechnical University, 2006. 30 - 61. (in Chinese)
- [7] 刘志刚, 汪晋宽, 王福利. 虚拟空间平滑算法 [J]. 电子学报, 2007, 35(9): 1762 - 1765.
Liu Zhigang, Wang Jinkuan, Wang Fuli. Virtual spatial smoothing algorithm [J]. Acta Electronica Sinica, 2007, 35(9): 1762 -

1765. (in Chinese)

- [8] J P Delmas. Comments on "Conjugate ESPRIT (C-SPRIT)" [J]. IEEE Trans on Antennas and Propagation, 2007, 55(2): 511.
- [9] K Mahata, T Sodentrom. ESPRIT-Like estimation of real valued sinusoidal frequencies [J]. IEEE Trans on Signal Processing, 2004, 52(5): 1161 - 1170.
- [10] 郑春弟, 冯大政, 雷革. 一种利用非圆信号特点的实值 DOA 估计算法 [J]. 数据采集与处理, 2009, 24(2): 193 - 197.
Zheng Chundi, Feng Dazheng, Lei Ge. DOA estimation algorithm for non-circular sources using real-value algorithm [J]. Journal of Data Acquisition & Processing, 2009, 24(2): 193 - 197. (in Chinese)
- [11] 徐友根, 刘志文. 修正的虚拟空间平滑算法 [J]. 电子学报, 2009, 37(12): 2646 - 2650.
Xu Yougen, Liu Zhiwen. Modified virtual spatial smoothing algorithm [J]. Acta Electronica Sinica, 2009, 37(12): 2646 - 2650. (in Chinese)

作者简介



倪淑燕 女, 河北清河人, 博士研究生, 装备指挥技术学院, 研究方向为阵列信号处理.
E-mail: daninini@163.com



程乃平 男, 陕西扶风人, 博士, 装备指挥技术学院, 教授, 博士生导师, 研究方向为空间信息传输技术.